

Moderna normer för bärande stålkonstruktioner såväl som för tryckkärl och rörledning tillåter gränslastanalys för beräkning av bärförmåga där förutsättningarna för sådan är uppfylld. Många dimensioneringsregler är dessutom implicit baserade på gränslastanalys – exempelvis de konvexa interaktionssambanden för tvärsnittsbärförmåga vid samverkande snittkrafter. Gränslastanalys är ett kraftfullt verktyg för att hitta konstruktionens maximala bärförmåga. De metoder som används för handberäkning är enkla att använda. De är approximativa men man hittar i allmänhet snabbt en lösning som är tillräckligt rätt.

Metoderna baseras på två teorem – undre gränslasteomet, ibland kallat statistiska teomet, och övre gränslasteomet, ibland kallat kinematiska teomet. För mer komplicerade problem tillämpas med fördel numerisk gränslastanalys med finit elementmetod.

Gränslasteoremen

Gränslastanalysen involverar små deformationer – geometriförändringars inverkan på bärförmågan beaktas ej – och idealplastiskt material dvs ett material som är linjärelastiskt upp till en sträckgräns S_y och därefter flyter under denna konstanta spänning. De teorem som gränslastanalysens metoder bygger på är giltiga endast för sådant material. För konstruktioner av vanligt konstruktionsstål eller tryckkärlsstål är detta ingen stor approximation. De flesta sådana stål har en flytplåt på 0.5 – 2 % och det är ungefär töjningar i den storleksordningen eller lite till som behövs för att gränslastens verkningssätt ska utvecklas. Rostfria stål saknar flytplåt och deformationshårdnar betydligt och man hamnar därmed något på säkra sidan.

Betrakta en konstruktion gjord av ett idealplastiskt material och belastad med en uppsättning laster. För en viss nivå på dessa laster är konstruktionen helt elastisk. Ökas samtliga laster med en skalfaktor när man så småningom ett läge där sträckgränsen

uppnås i någon del. Det linjära sambandet mellan last och deformation upphör i detta ögonblick. Skalas lasterna upp ytterligare ökar det plasticerade området i storlek och man kan därefter få begynnande plasticering även i andra delar av konstruktionen. Konstruktionens styvhet avtar alltmer. För ett visst värde på skalfaktorn kommer de plastiska deformationerna växa över alla gränser och konstruktionen kollapsar.

Konstruktionens gränslast är uppnådd.

Under kollapsen är lasten – gränslasten – konstant och all deformation är plastisk och samlad i distinkta områden vilka i allmänhet förbinds med elastiska områden som ej deformeras dvs de är stela. Såvida kollapsen inte är trivial e.g. kollaps av ett dragstag eller liknande kollapsar konstruktionen då som en mekanism (geometriskt föränderligt system av stela kroppar och leder).

För att konstruktionens gränslast ska kunna utnyttjas måste konstruktionen vara seg dvs deformerbar. Detta beror på att den måste kunna bibehålla bärförmåga i först plasticerade områden under det att tillkommande laster fördelas till andra områden och detta sker under succesivt ökande plastiska töjningar i först plasticerade områden. En konstruktion är seg under förutsättning att i) dess material är segt, ii) den inte har lokala försvagningar med begränsad deformerbarhet (exempelvis understarka svetsförband) samt iii) dess bärförmåga inte begränsas av instabilitet. Första villkoret är alltid uppfyllt för konstruktionsstål och tryckkärlsstål och det andra också såvida konstruktören inte varit vårdslös. Det tredje villkoret ställer krav på att tvärsnittet utformas i tvärsnittsklass 1 så att lokal buckling inte begränsar bärförmåga och deformerbarhet samt att konstruktionen är tillräckligt stagad mot eventuella andra instabilitetsmoder.

För att hitta rätt lösning på ett strukturmekaniskt problem behöver man uppfylla i) jämviktsvillkor, ii) deformationsvillkor – ofta kallat kompatibilitetsvillkor eller geometrisk kompatibilitet – samt iii) konstitutiva relationer dvs sambanden mellan spänningar och töjningar i materialet vilket vid gränslastanalys innebär ett flytvillkor. Är samtliga tre uppfyllda är lösningen den riktiga. Är två uppfyllda

men inte den tredje är lösningen fel men den kan vara approximativt riktig för det.

Gränslasteoremen lyder som följer

Undre gränslasteoremet: *Varje ansatt spänningstillstånd som är i jämvikt med yttre laster och spänningarna ingenstans överskrider flytvillkoret leder till en uppskattning av bärförmågan som antingen är på säker sida eller rätt.*

Jämviktsvillkoren och flytvillkoret är uppfyllda men geometrisk kompatibilitet behöver inte vara uppfylld – ansatta spänningsfördelningar kan bygga på töjningsfördelningar som får vara hur verklighetsfrämmande som helst. Är även geometrisk kompatibilitet rätt är lösningen den rätta, annars underskattar den bärförmågan. Teoremet beskriver egentligen inget annat än konstruktionens egen förmåga att hitta en spänningsfördelning som maximerar bärförmågan – så länge lasten är möjlig att bära kommer konstruktionen att bära den.

Övre gränslasteoremet: *För varje möjlig kollapsmekanism baserat på spänningar som ingenstans överskrider flytvillkoret leder likstäl-landet av yttre och inre arbete under kollapsen till en uppskattning av bärförmågan som antingen är på osäker sida eller rätt.*

Eftersom ansatt kollapsmekanism måste vara geometriskt möjlig är geometrisk kompatibilitet uppfylld och så även flytvillkoret. Jämviktsvillkoren behöver inte vara uppfyllda och det är precis lika farligt som det låter.

Om även jämviktsvillkoren är uppfyllda är lösningen rätt, annars överskattar den bärförmågan.

Som framgår handlar det om att antingen släppa krav på geometrisk kompatibilitet eller på jämvikt. Detta leder till att hyggligt noggranna lösningar på även tämligen komplicerade problem kan produceras snabbt och enkelt.

Bevisen för teoremen är likartade. Teoremen följer av i) virtuella arbetets princip, ii) plastiska töjningars normalitet mot flytytan, samt iii) flytytans konvexitet. Bevisen är förhållandevis komplicerade och återges inte här men virtuella arbetets principer roll i sammanhanget kan förtjäna några ord.

Virtuella arbetets princip involverar en konstruktion och två uppsättningar laster och den lyder i förenklad form, utan ytlaster och volymlaster vilket sparar några integraler,

$$\Sigma F_i u_i^* = \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^* dV$$

Den ena uppsättningen yttre laster F_i genererar inre spänningar σ_{ij} med tillhörande töjningar ϵ_{ij} och förskjutningar U_i . Den andra uppsättningen F^* genererar likaledes inre spänningar σ^*_{ij} med tillhörande töjningar ϵ^*_{ij} och förskjutningar U^*_i .

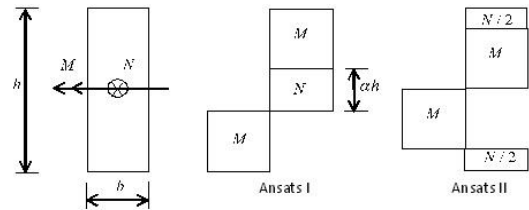
Att arbetet benämns virtuellt bör inte förväna någon. De yttre lasterna F_i är i jämvikt med spänningarna σ_{ij} och förskjutningarna U^*_i är kompatibla med töjningarna ϵ^*_{ij} . Jämvikt å ena sidan och kompatibilitet och andra sidan alltså, och redan här inser man att detta nog har en roll i bevisen. Virtuella arbetets princip är giltigt för alla rate-former och den form som är aktuell vid bevis av övre och undre gränslasteoremen är

$$\Sigma F_i \dot{u}_i^* = \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dV$$

Pricken ovanför förskjutningar och töjningar anger tidsderivata. Vad som hänt innan konstruktionen kollapsar är ointressant – endast kollapsen som sådan studeras. Denna sker under kontinuerligt ökande plastiska töjningar under konstant last och därmed är det skillnaden i förskjutningar och töjningar mellan två i tiden näraliggande tillstånd under kollapsen som är intressant, inte nivån på förskjutningar och töjningar som sådana vilket är tur ty de är inte lätta att beräkna. Att betrakta skillnaden mellan två i tiden näraliggande tillstånd i ett förlopp är ekvivalent med att betrakta dess tidsderivata.

Tillämpning av undre gränslasteoremet

För att illustrera det som ovan sagts studeras ett enkelt exempel – ett rektangulärt tvärsnitt utsatt för normalkraft och böjande moment. Två olika ansatser på spänningsfördelning enligt figur 1 studeras. Ansats II är uppenbart vettlös men inkluderas av illustrativa skäl. Båda kan uppfylla jämvikt men ansats II bygger på en omöjlig töjningsfördelning – den är inte geometriskt kompatibel. I spänningsblocken anges vad som är reserverat för normalkraft och moment.



Figur 1. Rektangulärt tvärsnitt belastat med normalkraft och böjande moment. Två olika ansatser på spänningsfördelning. Spänningar uppgår överallt till sträckgränsen.

till sträckgränsen S_y . Tvärsnittet belastas med en andel $\alpha = N/N_p$ av dess bärförmåga maxialkraft vid nollmoment. För att bära denna last behöver man i båda ansatserna ta i anspråk en andel α av tvärsnittshöjden. Resterande delar används till att bära moment. Spänningsblocken som bär momentet får då höjden $(h - \alpha h)/2$ vilket motsvarar krafterna

$$F = S_y b \frac{(h - \alpha h)}{2} = S_y \frac{bh}{2} (1 - \alpha)$$

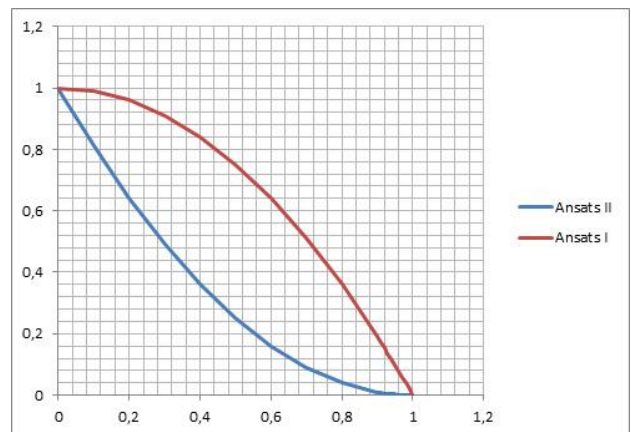
Inre hävarmen mellan dessa krafter är för ansats I

$$z = h - \frac{(h - \alpha h)}{2} = \frac{h}{2} (1 + \alpha)$$

varvid momentet som kan bäras uppgår till

$$M = F \cdot z = S_y \frac{bh}{2} (1 - \alpha) \cdot \frac{h}{2} (1 + \alpha) = S_y \frac{bh^2}{4} (1 - \alpha^2)$$

Man noterar att $S_y \frac{bh^2}{4} = M_p$ vilket med $\alpha = N/N_p$ leder till det paraboliska interaktions-sambandet



Figur 2. Interaktionskurvor för ansats I & II. Ansats I är rätt lösning.

$$\frac{M}{M_p} + \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 = 1$$

Inre hävarmen för ansats II är

$$z = \frac{(h - \alpha h)}{2} = \frac{h}{2} (1 - \alpha)$$

varvid momentet som kan bäras uppgår till

$$M = F \cdot z = S_y \frac{bh}{2} (1 - \alpha) \cdot \frac{h}{2} (1 - \alpha) = S_y \frac{bh^2}{4} (1 - \alpha)^2$$

vilket landar i



$$\frac{M}{M_p} + \frac{N}{N_p} \left(2 - \frac{N}{N_p} \right) = 1$$

Interaktionssambanden är grafiskt åskådliggjorda i *figur 2*. Som framgår ger den felaktiga ansatsen lägre bärförmåga och dessutom en konkav interaktionskurva vilket är omöjligt enligt plasticitetsteori – gränslastinteraktioner måste vara konvexa precis som flytvillkor. Ju felaktigare ansats till spänningsfördelning desto lägre resulterande bärförmåga och eftersom ansats II är rena galenskapen är det inte förvånande den ger föga bärförmåga. Ansats I ger rätt lösning.

Ovanstående exempel var närmast trivialt och som ytterligare illustration betraktas nedan ett kvadratisk tvärsnitt belastat med axialkraft, böjande moment samt vridande moment. För ett sådant fall är det inte lika självklart hur spänningarna skall fördelas som det var i fallet ovan men om man accepterar att ligga lite på säker sida som betalning för en snabb lösning är en hygglig ansats att utgå från interaktionen för de förstnämnda snittkrafterna dvs

$$\frac{M}{M_p} + \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 = 1$$

Detta samband korrigeras därefter med avseende på samtidigt förekommande vridskjuvspänningar. En fördelning av dessa enligt *figur 3* uppfyller krav på jämvikt (observera att detta gäller endast om tvärsnittet är kvadratisk). Von Mises flytvillkor lyder

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = S_y^2$$

eller omformulerat

$$\sigma = S_y \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{S_y / \sqrt{3}} \right)^2} = S_y \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2}$$

där T anger vridande moment. Den normalspänning som skall bära axialkraft och moment reduceras alltså med en faktor

$$\sqrt{1 - \left(T / T_p \right)^2}$$

vilket leder till

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2}} \frac{M}{M_p} + \frac{1}{1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2} \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 = 1$$

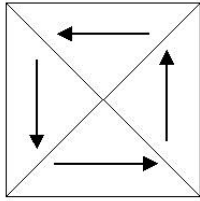
vilket hyfsas till

$$\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2} \frac{M}{M_p} + \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 = 1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2$$

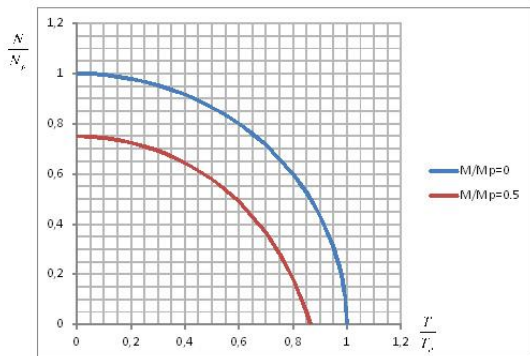
som landar i

$$\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2} \frac{M}{M_p} + \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + \left(\frac{T}{T_p} \right)^2 = 1$$

vilket är grafiskt åskådliggjort i *figur 4*. Interaktionssambanden är rejält konvexa men ändå en smula på säker sida. Anledningen till detta ligger i placeringen av normalkraften. Eftersom den är placerad som en rektangel sänker den vridskjuvspänningarna på delar där det gör maximal skada. Effektivare vore att placera den som en kvadrat i centrum på tvärsnittet vilket hade givit en aning högre bärförmåga men det blir mer besvärligt. Det bör påpekas att det finns hur många jämviktsfördelningar som helst och alla är på säker sida.



Figur 3. Ansatt fördelning av vridskjuvspänningar. Pilarna anger resultanter till de över trianglarna konstanta vridskjuvspänningarna.



Figur 4. Konservativa interaktionskurvor för kvadratisk tvärsnitt belastat med axialkraft, böjande moment och vridande moment.

Tillämpning av övre gränslasteoremet

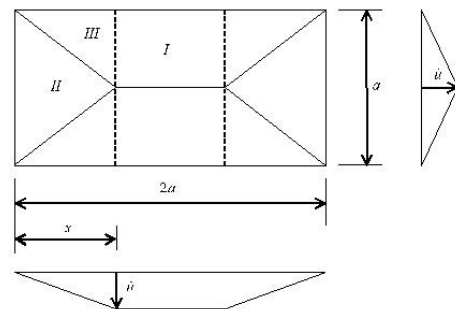
Som nämnts ovan kollapsar konstruktionen när den uppnått sin gränslast som en mekanism vilket innebär att stela elastiska delar sammanbinds av genomplasticerade delar i vilka plastiska töjningar växer över alla gränser under kollapsen. Detta sker vid konstant last dvs utan ytterligare motstånd och plasticerade delar benämns därför ofta flytleder. För plattor är en alternativ benämning brottlinjer eller flytlinjer. Metoder baserade på övre gränslasteoremet bygger på att finna den mekanism enligt vilken konstruktionen kollapsar som ger lägst bärförmåga. När man letar efter en kollapsmekanism får man föreställa sig att flytleden eller -linjen uppför sig just som en led. Att hitta den mekanism som ger lägst bärförmåga är i allmänhet inte svårt och därför är det i praktiken inte särskilt besvärande att metoden ger lösningar som närmar sig den riktiga bärförmågan ovanifrån.

Metodiken är att identifiera en trovärdig mekanism och därefter likställa takten

\dot{W}_y med vilken de yttre lasterna uträttar arbete med takten \dot{W}_i av inre plastisk dissipationens energi i flytlederna eller flytlinjerna. Betrakta som exempel en fritt upplagd rektangulär platta med sidoförhållande 2:1 och belastad med jämnt utbredd last. Att finna en lösning enligt elasticitetsteori med analytiska metoder är en grannlaga och tidskrävande uppgift som dessutom är ganska meningslös om man är ute efter plattans bärförmåga. Att hitta en gränslastlösning går emellertid fort. De kuvertliknande linjerna i figur 5 beskriver flytlinjer vilka roterar under det konstanta momentet per längdenhet

$$m_p = \frac{S_y t^2}{4}$$

och som synes kan plattan kollapsa genom att de två trianglarna roterar längs kortsidorna och de två andra delarna roterar längs långsidorna samt att rotation sker i flytlederna. Mittdelen



Figur 5. Rektangulär platta med sidoförhållande 2:1 belastad med jämnt utbredd last.

sjunker med en hastighet \dot{u} varvid trianglarna roterar med hastigheten $\dot{\theta} = \dot{u}/x$ och de andra två delarna med $\dot{\theta} = \dot{u}/(a/2)$. Inre arbete är moment gånger rotation och sålunda kan \dot{u}_i tecknas



$$\dot{W}_i = 2a \cdot m_p \cdot \frac{\dot{u}}{a/2} \cdot 2 +$$

$$+ a \cdot m_p \cdot \frac{\dot{u}}{x} \cdot 2 = m_p \dot{u} \left(8 + \frac{2a}{x} \right)$$

där är obekant och bestäms med villkoret att bärförmågan skall minimeras.

Någon undrar säkert över kombinationen sneda momentvektorer i figur 6 och rotationsvektor parallell med långsidan och det förhåller sig på det viset att endast den komponent av momentet som är parallell med långsidan utför arbete när delen i figur 6 roterar, den andra komponenten (parallell med kortsidan) utför arbete när triangeln roterar. Slutsatsen av detta är att det spelar ingen roll hur flytlinjerna är konfigurerade ty de moment som utför arbete

är alltid $2a \cdot m_p$ respektive $a \cdot m_p$.

De yttre lasternas arbete är lika med summan av deras potentialförlust och för etablering denna delas plattan in i tre sorts delar enligt figur 5 och det gäller

$$\dot{W}_y = 2\dot{W}_I + 2\dot{W}_{II} + 4\dot{W}_{III}$$

vilket landar i

$$\dot{W}_y = 2 \cdot (2a - 2x) \cdot \frac{a}{2} \cdot q \cdot \frac{\dot{u}}{2} + 2 \cdot a \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{\dot{u}}{3} +$$

$$+ 4 \cdot x \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{\dot{u}}{3} = q\dot{u} \left[a^2 - \frac{ax}{3} \right]$$

Det gäller $\dot{W}_i = \dot{W}_y$ varur bärförmågan löses till

$$q = m_p \left(\frac{8 + 2a/x}{a^2 - ax/3} \right)$$

är man road av gymnasiematematik kan man söka högerledets minimum via derivatans nollställe men den praktiskt lagde anlitar Excel och finner att högerledet minimeras för $x=0.65a$

vilket ger bärförmågan

$$q = \frac{14.1m_p}{a^2}$$

För dimensionering är den omvända relationen måhända mer ändamålsenlig och plattan behöver ges en momentkapacitet på

$$m_p = \frac{qa^2}{14.1}$$

Om den ansatta mekanismen är den som ger lägst bärförmåga uppfyller den även jämviktsvillkoren. En jämviktsekvation för delen i figur 6 ger moment av yttre last

$$M_y = 2M_{III} + M_I = 2 \cdot 0.65a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{a}{6} +$$

$$+ (2a - 2 \cdot 0.65a) \cdot \frac{a}{2} \cdot q \cdot \frac{a}{4} = 0.142qa^3$$

vilket skall balanseras av det inre momentet

$$M_i = 2a \cdot m_p = 2a \cdot \frac{qa^2}{14.1} = 0.142qa^3$$

och jämvikten är uppfylld. Lösningen är alltså den riktiga.

För jämförelse kan nämnas att en mekanism bestående av flytlinjer på diagonalerna (vilket ger rätt lösning för kvadratisk platta) ger det något för låga momentet

$$m_p = \frac{qa^2}{15}$$

Moment av yttre last för delen i Figur 6 (eller rättare sagt motsvarande del för fallet diagonala flytlinjer) blir för fallet diagonala flytlinjer



$$M_y = \frac{qa^3}{12} \approx 0.083qa^3$$

medan det inre momentet blir

$$M_i = 2a \cdot m_p = 2a \cdot \frac{qa^2}{15} = 0.133qa^3$$

och sålunda är delen inte i jämvikt. Man noterar att bärförmågan överskattas med blott 6 % vilket är nästintill försumbart. En mekanism bestående av flytlinjer på diagonalerna avviker rejält från den riktiga men ger ändå inte särskilt stort fel och detta är typiskt för lösningar med mekanismmetoder – man hamnar ganska snabbt ganska rätt.

Exakt samma beräkningsgång kan tillämpas för balkkonstruktioner med den lilla skillnaden att inre arbetet bestäms av tvärsnittens plastiska momentkapacitet M_p . För en i ena änden inspänd balk enligt figur 7 belastad med utbredd q last blir energibalansen

$$ql \cdot \frac{\dot{u}}{2} = M_p \left(\frac{\dot{u}}{x} + 2 \cdot \frac{\dot{u}}{l-x} \right)$$

dvs

$$M_p = \frac{ql/2}{\left(\frac{1}{x} + 2 \cdot \frac{1}{l-x} \right)}$$

vilken har sitt maximum (svarande mot minimum bärförmåga) för $x=0.41l$ vilket ger

$$M_p = \frac{ql^2}{11.7}$$

vilket innebär en betydligt generösare bärförmåga

än de $ql^2/8$ som en elastisk momentfördelning ger. Man noterar att om man felaktigt ansätter flytleden i fältmitt landar man i $ql^2/12$ vilket bara är drygt 2 % fel.

Tillämpning med finit elementmetod

Vid gränslastberäkning med finit elementmetod uppfylls alla tre villkor och begreppen övre och undre har därmed ingen innebörd. De fel som följer av att metoden är numerisk är försumbara och lösningen blir den riktiga. Gränslasten kan inte hittas i ett steg utan lösningen måste ske inkrementellt i många steg och inkluderingen av plastiska konstitutiva relationer tynger ner beräkningen. Förr var detta problematiskt eftersom lösningarna då tog alltför lång tid. Det är dock länge sedan datorerna blev tillräckligt snabba för att medge acceptabla beräkningstider även för elastoplastiska analyser av riktiga konstruktioner.

FE-lösningen i form av plastiska töjningar på den enkla 2:1 – plattan ovan framgår i figur 8 nedan. Teoretiskt bestämda flytlinjer är inlagda skalenligt och stämmer utmärkt med koncentrationen av plastiska töjningar enligt FE-lösningen.

Lösningen konvergerar till $q=14.1m_p/a^2$ med 7 % plastiska töjningar men divergerar för $q=14.2m_p/a^2$ vilket innebär att det inte går att finna jämvikt vid den lasten dvs plattans Gränslast är uppnådd. Det tillhör kanske inte vanligheterna att man analyserar så enkla konstruktioner med olinjär FEM annat än i illustrativt syfte men lyckligtvis låter sig även komplicerade konstruktioner beräknas. Beräkning av bärande stålkonstruktioner med olinjär FEM enligt Eurocode 3 behandlas i EN 1993-1-5 Annex C vilken innehåller detaljerade anvisningar om geometriska initialimperfectioner, egenspanningar, val av plasticitetsmodell etc. Europeiska tryckkärlsnormen EN 13445-3 och de amerikanska ASME III och VIII för kärnkraft respektive konventionell industri innehåller motsvarande avsnitt. Genom att utöver materialets plasticitet inkludera andra ordningens effekter och initialimperfectioner i en FE-beräkning fångas eventuella

instabilitetsfenomen som kan begränsa bärförmågan upp. Felen i en sådan lösning är fortfarande små och försumbara och man kommer mycket nära den riktiga bärförmågan. I formell mening är en sådan beräkning inte längre en gränslastanalys eftersom den inte längre involverar små deformationer men det är blott en semantisk petitesse. Det handlar fortfarande om att beräkna bärförmågan med utomordentlig precision.

Ett exempel på en sådan beräkning med förutsättningar enligt EN 1993-1-5 Annex C framgår i figur 9 och figur 10. Analysen behandlar deformationer och bärförmåga under lansering av bro i kurva på sneda stöd och beaktar såväl materialets plasticitet som andra ordningens effekter.

Avslutande kommentarer

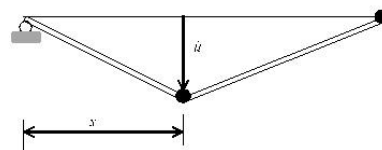
Gränslastanalys med approximativa analytiska metoder är enkel och leder snabbt till lösningar som ligger nära konstruktionens verkliga bärförmåga.

För mer komplicerade konstruktioner tillämpas med fördel gränslastanalys med finit elementmetod, FEM.

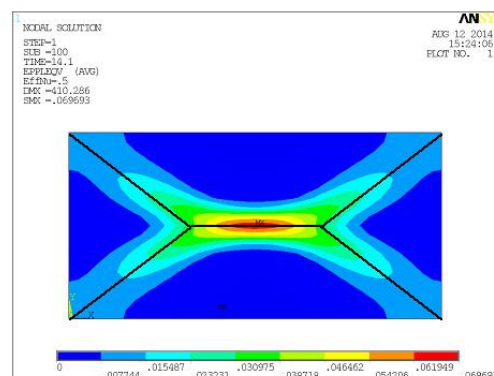
Tidigare – när beräkningskraft saknades för elastoplastisk FE-beräkning av konstruktioner och man därmed var hänvisad till elastiska FE-beräkningar med efterföljande spänningsutvärdering – hette det att FEM är inte lönt att använda ty då räknar man bara sönder konstruktionerna. En del av detta låg säkert i okloka utvärderingar av de spänningar som



Figur 6. En del av plattan med plastiskt moment längs flytlinjer.

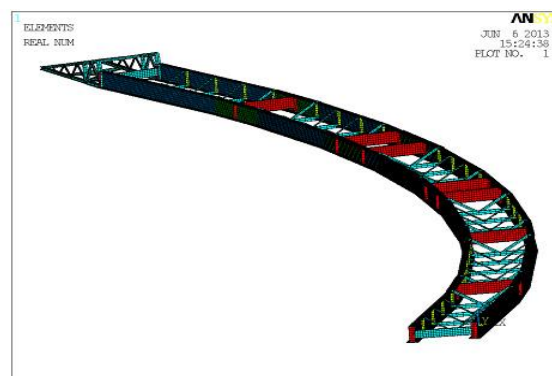


Figur 7. I ena änden inspänd balk med spännvidd l belastad med utbredd last q (lasten ej inritad) kollapsar med flytleder någonstans i fält och vid stöd.



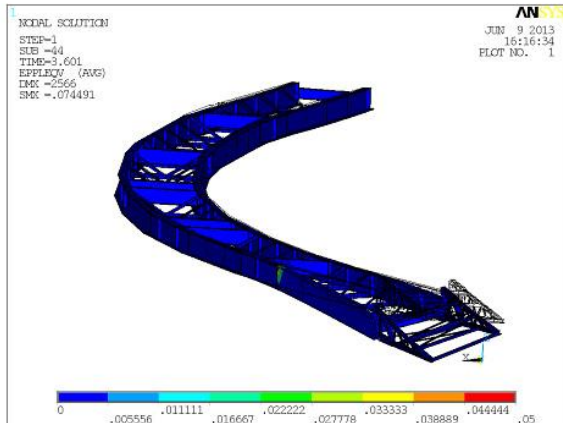
Figur 8. Finit elementanalys medelst skalelement. Effektiva plastiska töjningar för lasten $q=14.1m_p/a^2$. Teoretiska flytlinjer enligt ovan ($x=0.65a$) markerade. Lösningen konvergerar inte för högre last och FE-lösningen ger alltså samma resultat som den analytiska lösningen.

Figur



Figur 9. Lansering av bro i kurva på sneda stöd. Lanseringsnos upppe till vänster. FE-modell med fyrnoders skalelement.





Figur 10. Gränslastanalys med beaktande av andra ordningens effekter i mest utsatta läge. Säkerhet 3.6 mot kollaps.

räknades fram ty alldeles så illa behöver det inte vara med elastiska beräkningar. Oavsett vilket så innebär elastoplastisk analys med FEM det omvända – nämligen möjligheten att krama precis varenda droppe bärförmåga ur konstruktionen oavsett om haverimoden är ren plastisk kollaps eller instabilitetsbrott eller kombinationer därav. Det är bra för plånboken – och det är bra för miljön.

